REPRINTED FROM:

THE COLLECTED PAPERS OF

Albert Einstein

VOLUME 7

THE BERLIN YEARS:
WRITINGS, 1918–1921

Michel Janssen, Robert Schulmann, József Illy, Christoph Lehner,
and Diana Kormos Buchwald
EDITORS

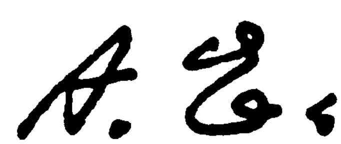
Daniel Kennefick, A. J. Kox, and David Rowe
ASSOCIATE EDITORS

R. Hirschmann, O. Moses, A. Mynttinen, A. Pringle, and R. Fountain
EDITORIAL ASSISTANTS

DOC. 50

“Brief Outline of the Development of the Theory of Relativity”

(pp. 372–378)



Princeton University Press

2002

50. “Brief Outline of the Development of the Theory of Relativity”

[after 8 December 1920][1]

Kurze Skizze zur Entwicklung der Relativitätstheorie.[2]

A. Einstein.

[p. 1] Es ist reizvoll, eine Gedanken-Entwicklung möglichst kurz dazustellen und doch so vollständig, dass überall die Stetigkeit des Fortschreitens erkennbar ist. Wir wollen dies für die Relativitätstheorie versuchen und zeigen, dass der ganze Weg aus kleinen, fast selbstverständlichen gedanklichen Schritten besteht.

Am Anfang der ganzen Entwicklung steht der sie ganz beherrschende Faraday-Maxwell’sche Gedanke, dass alles physikalische Geschehen auf Nahe-Wirkungen zurückzuführen sei, d. h. mathematisch gesprochen auf partielle Differenzialgleichungen. Dies gelang Maxwell für die elektromagnetischen Vorgänge in ruhenden Körpern, indem er die magnetische Wirkung des Vakuum-Verschiebungsstromes erdachte sowie die Wesensgleichheit der durch Induktion erzeugten „elektromotorischen“ Felder mit dem elektrostatischen Felde postulierte.

Die Ausdehnung der Elektrodynamik auf bewegte Körper blieb Maxwells Nachfolgern überlassen. H. Hertz[3] suchte das Problem zu lösen, indem er dem leeren Raum (Aether) ganz ähnliche physikalische Eigenschaften zuschrieb wie der ponderabeln Materie; im Besonderen sollte der Aether wie die ponderable Materie in jedem Punkte eine bestimmte Geschwindigkeit besitzen. Die elektromagnetische bezw. magnet-elektrische Induktion sollte durch die Aenderungsgeschwindigkeit des elektrischen bezw. magnetischen Flusses bestimmt sein wie in ruhenden Körpern, wenn man jene Aenderungsgeschwindigkeiten auf mitbewegte Flächenelemente bezog. Die Hertz’sche Theorie widersprach aber dem Fundamentalversuche von Fizeau über die Lichtausbreitung in strömenden Flüssigkeiten. Die naheliegendste Ausdehnung der Maxwell’schen Theorie auf bewegte Körper war unvereinbar mit dem Experiment.

Hier griff H. A. Lorentz rettend ein. Als unbedingter Anhänger der atomistischen Theorie der Materie konnte er die letztere nicht als den Sitz der kontinuierlichen elektromagnetischen Felder ansehen. Diese Felder fasste er also folgerichtig als Zustände des kontinuierlich gedachten Aethers auf. Den Aether dachte sich Lorentz als wesentlich unabhängig von der Materie, mechanisch und physikalisch. Der Aether sollte an den Bewegungen der Materie nicht teilnehmen und mit der

Materie nur dadurch in Wechselwirkung stehen, dass letztere als Trägerin elektrischer, an sie gebundener Ladungen aufgefasst wurde. Der grosse methodische Fortschritt der Lorentz'schen Theorie[4] lag darin, dass die ganze Elektrodynamik ruhender und bewegter Körper durch diese Theorie auf die Maxwell'schen Gleichungen des leeren Raums zurückgeführt wurde. Diese Theorie war der Hertz'schen nicht nur methodisch überlegen, sondern es gelang H. A. Lorentz mit ihrer Hilfe auch, den experimentellen Thatsachen mit ihrer Hilfe verblüffend gut gerecht zu werden. [p. 2]

Nur in *einem* Punkte von prinzipieller Bedeutung schien die Theorie nicht zu befriedigen. Sie schien ein Koordinatensystem von bestimmtem Bewegungszustande (nämlich ein zum Lichtäther ruhendes Koordinatensystem) gegenüber allen dazu bewegten Koordinatensystemen auszuzeichnen. In diesem Punkte schien sie in schroffem Gegensatze zu stehen zu der klassischen Mechanik, in welcher alle Inertialsysteme (welche gegen einander gleichförmig bewegt sind) also Koordinatensysteme gleichberechtigt sind (spezielles Relativitätsprinzip). Dabei sprach alle Erfahrung auch auf elektrodynamischem Gebiete (insbesondere Michelsons Versuch) für die Gleichwertigkeit aller Inertialsyteme, d. h. für das spezielle Relativitätsprinzip.

Dieser als unerträglich empfundennen prinzipiellen Schwierigkeit verdankt die spezielle Relativitätstheorie ihre Entstehung. Diese Theorie entstand als Antwort auf die Frage: Steht das spezielle Relativitätsprinzip mit den Maxwell'schen Feldgleichungen für das Vakuum wirklich im Widerspruch? Scheinbar war diese Frage zu bejahen. Gelten nämlich jene Gleichungen inbezug auf ein Koordinatensystem K, und führt man ein neues Koordinatensystem K' ein vermöge der anschaulich leicht begründbaren Transformationsgleichungen

$$\left.\begin{aligned} x' &= x - vt \\ y' &= y \\ z' &= z \\ t' &= t \end{aligned}\right\} \text{(Galilei-Transformation),}$$

so gelten in den neuen Koordinaten $'$, y', z', t' die Maxwell'schen Feldgleichungen nicht mehr. Aber der Schein täuschte. Eine vertiefte Analyse der physikalischen Bedeutung von Raum und Zeit liess erkennen, dass die Galilei-Transformation auf willkürlichen Voraussetzungen beruht, insbesondere auf der Voraussetzung, dass die Aussage der Gleichzeitigkeit einen vom Bewegungszustande des benutzten Koordinatems unabhängigen Sinn habe. Es zeigte sich, dass die Vakuum-Feldgleichungen dem speziellen Relativitätsprinzip genügen, wenn man als Transformationsgleichungen die Gleichungen

$$\left.\begin{array}{l} x' = \dfrac{x - vt}{\sqrt{1 - (\frac{v}{c})^2}} \\ y' = y \\ z' = z \\ t' = \dfrac{t - \frac{v}{c^2}x}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{[c^2]}}} \end{array}\right\} \text{(Lorentz-Transformation)}$$

[p. 3] Dabei bedeuten *x, y, z* die mit relativ zum Koordinatensystem ruhenden Massstäben gemessenen Koordinaten, *t* die mit geeignet gerichteten, gleich beschaffenen, ruhenden Uhren gemessene Zeit.

Damit nun das spezielle Relativitätsprinzip gelte, ist notwendig, dass alle Gleichungen der Physik beim Übergang von einem Inertialsystem zum andern ihre Gestalt nicht ändern, falls man für die Berechnung dieses Überganges sich der Lorentz-Transformation bedient. Mathematisch ausgedrückt: alle Gleichungssysteme, welche physikalische Gesetze ausdrücken, müssen gegenüber der Lorentz-Transformation kovariant sein. Das spezielle Relativitätsprinzip ist demnach in methodischer Beziehung dem Carnot'schen Prinzip von der Unmöglichkeit des Perpetuum mobile zweiter Art vergleichbar;[5] denn es liefert wie letzteres eine allgemeine Bedingung, der alle Naturgesetze genügen müssen.

Für diese Kovarianz-Bedingung hat hierauf H. Minkowski einen besonders schönen und übersichtlichen Ausdruck gefunden, der eine formale Verwandtschaft zwischen der euklidischen Geometrie von drei Dimensionen und dem zeit-räumlichen Kontinuum der Physik aufdeckt:

dreidimensionale euklidische Geometrie	Spezielle Relativitätstheorie
Zu zwei benachbarten Raumpunkten gehört eine Masszahl (Abstand *ds*), gemäss der Gleichung	Zu zwei benachbarten Raum-Zeit-Punkten (Punktereignissen) gehört eine Masszahl (Abstand *ds*) gemäss der Gleichung
$ds^2 = dx_1^2 + dx_2^2 + dx_3^2$,	$ds^2 = dx_1^2 + dx_2^2 + dx_3^2 + dx_4^2$,

welche unabhängig vom gewählten Koordinatensystem ⟨ definiert⟩ ist und mit dem Einheitsmassstab messbar ist	welche unabhängig vom gewählten ⟨ Koordinaten⟩Inertialsystem ist und mit Einheitsmassstab und Einheitsuhr gemessen werden kann. Hierbei sind x_1, x_2, x_3 rechtwinklige Koordinaten; $x_4 = \sqrt{-1}ct$ die mit der imaginären Einheit und mit der Lichtgeschwindigkeit multiplizierte Zeit.
Die zulässigen Transformationen sind dadurch charakterisiert, dass sie den Aussdruck für ds^2 zur Invarianten haben; d. h. es sind zulässig die linearen orthogonalen Transformationen.	Die zulässigen Transformationen sind dadurch charakterisiert, dass sie den Ausdruck für ds^2 zur Invarianten haben; d. h. es sind zulässig diejenigen linearen orthogonalen Substitutionen, welche den Realitätscharakter von x_1, x_2, x_3, x_4 aufrecht erhalten. Es sind dies die Lorentz-Transformationen.
Diesen Transformationen gegenüber sind die Gesetze der euklidischen Geometrie invariant.	Diesen Transformationen gegenüber sind die Gesetze der Physik invariant.

Hieraus geht zunächst hervor, dass die Zeit zwar nicht bezüglich ihrer physikalischen Bedeutung, wohl aber bezüglich ihrer Rolle in den Gleichungen der Physik den räumlichen Koordinaten gleichwertig ist (abgesehen von den Realitätsverhältnissen.[6] Die Physik ist von diesem Standpunkte aus gewissermassen eine euklidische Geometrie von vier Dimensionen oder—besser gesagt—eine Statik in einem vier-dimensionalen euklidischen Kontinuum. [p. 4]

Die Entwicklung der speziellen Relativitätstheorie besteht in zwei Hauptschritten, in der Anpassung der raum-zeitlichen Metrik an die Maxwell'sche Elektrodynamik und in einer Anpassung der übrigen Physik an jene veränderte raum-zeitliche Metrik. Der erste dieser Anpassungsvorgänge lieferte die Relativierung der Gleichzeitigkeit, den Einfluss der Bewegung auf Massstäbe und Uhren, eine Modifikation der Kinematik, insbesondere ein neues Additionstheorem der Geschwindigkeiten. Der zweite dieser Anpassungsvorgänge lieferte eine Modifikation des Newton'schen Bewegungsgesetzes für grosse Geschwindigkeiten sowie einen Aufschluss über die Natur der trägen Masse von fundamentaler Wichtigkeit.

Es ergab sich nämlich, dass ⟨ Masse⟩ Trägheit keine Fundamentaleigenschaft der Materie, überhaupt keine irreduzible Grösse, sondern eine Eigenschaft der Energie sei. Führt man einem Körper die Energie E zu, so wächst seine träge Masse um $\frac{E}{c^2}$ (c = Vakuum-Lichtgeschwindigkeit; ; umgekehrt ist ein Körper von der Masse m als ein Energievorrat von der Grösse mc^2 anzusehen.—

Bei dem Versuch, die Gravitationslehre der speziellen Relativitätstheorie anzugliedern, zeigte sich gar bald, dass dies in natürlicher Weise nicht möglich war. Dabei fiel mir auf, dass die Gravitationskraft eine Fundamentaleigenschaft besitzt, die sie gegenüber den elektromagnetischen Kräften auszeichnet: Alle Körper fallen im Gravitationsfelde mit der gleichen Beschleunigung oder—was nur eine andere Formulierung derselben Thatsache ist—Schwere und Trägheit eines Körpers sind numerisch gleich. Diese numerische Gleichheit spricht für Wesensgleichheit; können Schwere und Trägheit wesensgleich sein? Diese Fragestellung führt direkt zur allgemeinen Relativitätstheorie. Kann ich die Erde nicht als rotationsfrei ansehen, wenn ich die Zentrifugalkraft, die auf ⟨ die⟩ relativ zur Erde ruhende Körper ruhende Körper wirkt, als ein „reales" Schwerefeld (bezw. als einen Teil des Schwerefeldes) auffasse. Wenn der Gedanke durchführbar ist, dann ist wirklich die Wesensgleichheit von Schwere und Trägheit erwiesen. Denn dieselbe Wirkung, welche von einem „nicht mitrotierenden" System aus als *Trägheit* aufgefasst [wird,] lässt
[p. 5] sich vom Standpunkt eines mitrotierenden Systems aus als [*S*]*chwere* interpretieren. Nach Newton ist diese Interpretation unmöglich, weil das Zentrifugalfeld nicht als von Massen nach Newtons Gesetz erzeugt angesehen werden kann, und weil für [e]in „reales" Feld vom Typus des „Koriolis-Feldes" in Newtons Theorie überhaupt keinen Platz hat. Aber vielleicht liess sich Newtons Feldgesetz durch ein anderes ersetzen, das auf das Feld passt, weches inbezug auf ein „rotierendes" Koordinatensystem gilt? Die Überzeugung von der Wesensgleichheit der trägen und der schweren Masse flösste mir das unbedingte Vertrauen in die Richtigkeit dieser Auffassung ein.[7] Hoffnungsvoll an der Auffassung war dieses: Man kennt ja die „scheinbaren" Felder, welche inbezug auf gegen ein Inertialsystem beliebig bewegte Koordinatensysteme gelten; an diesen (speziellen) Feldern wird sich das Gesetz studieren lassen, welchem die Gravitationsfelder überhaupt genügen. Dabei wird zu berücksichtigen sein, dass als als Erreger des Feldes die ponderabeln Massen, also nach dem fundamentalen Ergebnis der speziellen Relativitätstheorie die Energiedichte (eine Grösse vom Transformationscharakter eines Tensors) massgebend sein wird.

Andererseits lieferte die Überlegung, fussend auf den metrischen Ergebnissen der speziellen Relativitätstheorie, das Ergebnis, dass inbezug auf beschleunigte Koordinatensysteme die euklidische Metrik nicht mehr gelten könne. Diese enorme Schwierigkeit, welche den Fortschritt der Überlegung einige Jahre hemmte, wurde gemildert durch die Erkenntnis, dass die euklidische Metrik für kleine Gebiete gültig sei. Dadurch behielt die vorher in der speziellen Relativitätstheorie physikalisch definierte Grösse *ds* auch in der allgemeinen Relativitätstheorie ihre Bedeutung; nur die Koordinaten selbst verloren ihre unmittelbare Bedeutung und sanken zu blossen Zahlen zur Numerierung der Raum-Zeitpunkte ohne physikalische Bedeutung herab.[8] Die Koordinaten spielen daher in der allgemeinen Relativitätstheorie diejenige Rolle, welche die Gauss'schen Koordinaten in der Flächentheorie spielen. Aus dem Gesagten folgt notwendig, dass sich in solchen allgemeinen Koordinaten die messbare Grösse *ds* in der Form

$$ds^2 = \sum_{\mu\nu} g_{\mu\nu} dx_\mu dx_\nu$$

darstellen lassen muss, wobei die $g_{\mu\nu}$ Funktionen der raum-zeitlichen Koordinaten sind. Die Art der raum-zeitlichen Variabilität der $g_{\mu\nu}$ bestimmt nach dem Gesagten [p. 6] einerseits die raum-zeitliche Metrik, andererseits das für das mechanische Verhalten materieller Punkte massgebende Gravitationsfeld.

Das Feldgesetz dieses letzteren ist im Wesentlichen dadurch bestimmt, dass es bei beliebiger Wahl des Koordinatensystems gültig sein soll, dass es durch den Tensor der Energie der Materie bestimmt sein soll und dass es keine höheren als zweite Differentialquotienten der $g_{\mu\nu}$ enthalten und in diesen linear sein soll. So ergab sich ein Gesetz das—obwohl von dem Newton'schen fundamental verschieden, in seinen Folgerungen so genau dem Newton'schen entspricht, dass der Erfahrung zugängliches Entscheidungs-Kriterien zwischen beiden Theorien nur spärlich aufzufinden sind.—

Die grossen Fragen welche wir uns heute stellen müssen, sind folgende. Sind elektrisches Feld und Gravitationsfeld wirklich so wesensverschieden, dass sie auf keine formale Einheit reduziert werden können? Spielen die Gravitationsfelder im Aufbau der Materie eine Rolle; ist das Kontinuum im Innern des Atomkernes als erheblich nicht-euklidisch aufzufassen?[9] Eine letzte Frage bezieht sich auf das kosmologische Problem. Ist die Trägheit auf Wechselwirkung mit fernen Massen zurückzuführen? Ist—was damit zusammenhängt—die Welt räumlich endlich? Hier liegt meine Meinungsdifferenz gegenüber Eddington.[10] Ich empfinde eine bejahende Antwort mit Mach geradezu als notwendig; aber beweisen lässt sich vorläufig nichts.[11] Erst eine dynamische Untersuchung der ⟨ ausgedehnten⟩ grossen Fixsternsysteme hinsichtlich der Gültigkeitsgrenze des Newton'schen Gravitationsgesetzes für grosse Räume kann vielleicht einst eine exakte Basis für die Beantwortung dieser faszinierenden Frage liefern.[12]

ADS. [1 007]. The manuscript consists of six pages. Page numbers that appear in the original at the upper right-hand corner of each page are here provided in the margin in square brackets. Published as *Einstein 1921d* (Doc. 53).

[1]For the dating, see note 2.

[2]Early in December 1920, the editor of *Nature* solicited an article from Einstein in a nonextant letter attached to Robert W. Lawson's letter of 8 December 1920. Summarizing the editor's letter, Lawson informed Einstein that in January 1921 a special issue of the journal would be dedicated to relativity. At Lawson's suggestion, the editor had also turned to other European scholars for articles that would demonstrate the restoration of international cooperation in science after the war. Lawson volunteered to translate the manuscript. In early February 1921, Lawson returned the manuscript (Robert Lawson to Einstein, 8 February 1921). The present document is a much shortened version of an earlier manuscript, Doc. 31, which was probably also written for publication in *Nature* (see Doc. 31, note 3, for the history of the earlier solicitation).

[3]For Einstein's reading of Hertz, see *Einstein 1920j* (Doc. 38), note 7.

[4]For a similar characterization of Lorentz's role in the formulation of the theory of electrodynamics, see *Einstein 1920j* (Doc. 38), note 10.

[5]In *Einstein 1919f* (Doc. 26), Einstein characterizes both thermodynamics and the theory of relativity as theories of principle, contrasting them with constructive theories that make claims about the constitution of physical objects.

[6]See the discussion of the different physical roles of time and space coordinates in Doc. 31, pp. 18–19.

[7]See Doc. 31, pp. 20–21, for the heuristic role of the principle of equivalence in the formulation of general relativity.

[8]The loss of a metric significance of the coordinates and the need for a generally covariant theory are discussed in *Einstein 1916e* (Vol. 6., Doc 30), pp. 775–777. For a discussion of this decisive step in the formulation of general relativity and its connection with Einstein's rejection of the hole argument, see *Stachel 1989*, pp. 84–88.

[9]See *Einstein 1919a* (Doc. 17) for Einstein's attempt to explain the stability of elementary particles by modifying general relativity.

[10]Eddington had criticized Einstein's argument (see note 11) in *Eddington 1920a*.

[11]For a discussion of "Mach's principle" in general relativity and its connection with the question of the finiteness of the universe, see *Einstein 1918e* (Doc. 4), note 5.

[12]See *Einstein 1921f* (Doc. 56), note 2, for Einstein's attempt to answer this question.